Beschreibung
Die Vorlesung bietet ein Zusammenspiel von Analysis, Dynamik, Stochastik, Spektraltheorie und Mathematischer Physik in der Welt der Festkörperphysik. Ziel der Vorlesung ist es eine Einführung in das Zusammenspiel zwischen spektralen Eigenschaften von Operatoren und den zugrundeliegenden dynamischen Systemen zu geben und an verschiedenen expliziten Beispielen zu analysieren. Wir betrachten zunächst topologisch dynamische Systeme und zugehörige invariante Wahrscheinlichkeitsmaße. Dabei studieren wir besonders die Begriffe von minimalen und eindeutig ergodischen dynamischen Systemen. Als Beispielklasse werden wir symbolische dynamische Systeme studieren und hinreichende Kriterien für die Existenz von geeigneten periodischen Approximationen geben. Diese spielen insbesondere in der Festkörperphysik eine wichtige Rolle.

Im zweiten Teil der Vorlesung beschäftigen wir uns zunächst mit grundlegenden Begriffen der Spektraltheorie (insbesondere von selbstadjungierten beschränkten Operatoren) und geben eine Einführung in dieses Gebiet. Einen besonderen Fokus werden wir dann auf Familien von Operatoren über einem dynamischen System legen und Begriffe wie Minimalität durch spektrale Eigenschaften gewisser Operatoren charakterisieren. Außerdem beschäftigen wir uns mit Approximationen der Spektren durch geeignete Approximationen der zugrundeliegenden dynamischen Systeme.

Voraussetzungen
Ein solides Grundwissen der Grundvorlesungen Analysis I-III und Lineare Algebra I-II (insbesondere in grundlegenden Konzepten der Topologie, Maßtheorie, normierte Räume (Banachräume), Hilbertraum (Skalarprodukt)).

Was können Sie lernen

- Grundkonzepte der topologischen dynamischen Systeme über diskrete Gruppen und den Raum der zugehörigen invarianten Wahrscheinlichkeitsmaße
- Symbolische dynamische Systeme über einem endlichen Alphabet
- Basiswissen zur Spektraltheorie (Begriffe wie Spektrum, Resolvente sowie deren grundlegenden Eigenschaften)
- Approximationstheorie von selbst-adungierten beschränkten Operatoren
- Einführung in sogenannte zufällige Schrödingeroperatoren bzw. Operatorfamilien über dynamische Systeme
- Zusammenspiel von dynamischen und spektralen Eigenschaften

Description
The lecture presents the interplay of analysis, dynamics, probability, spectral theory and mathematical physics in the realm of solid state physics. The aim of the lecture is to introduce the interplay between spectral properties of operators and their underlying dynamics. The first part of the lecture is devoted to topological dynamical systems and their associated invariant probability measures. In particular, we will study the concept of minimality and unique ergodicity. As a guiding example class, we will focus on symbolic dynamical systems and sufficient criteria for the existence of appropriate periodic approximations. The latter play an important role in solid state physics.

In the second part of the lecture, we will introduce basic concepts of spectral theory (with a view towards self-adjoint operators). Then we will focus on operator families over a dynamical system. We will characterize concepts such as minimality by spectral properties of these operator families. Moreover, we construct approximations of the spectra of such operator families by appropriate approximations of the underlying dynamical systems.

Required background

A solid background in the basic courses Analysis I-III and linear Algebra is required (in particular topology, measure theory, normed spaces (Banach spaces), Hilbert spaces (inner product)).

What can you learn?

- Basic concepts in topological dynamical systems over discrete groups and the associated space of invariant probability measures
- Symbolic dynamical systems over a finite alphabet
- Basic knowledge in spectral theory (spectrum, resolvent as well as their basic properties)
- Approximation theory of self-adjoint bounded operators
- Introduction into the area of random Schrödinger operators respectively operator families over dynamical systems
- Interplay between dynamical and spectral properties