

Digitale Medien

– wann, wo, wie und warum - ein Medienkonzept für das Lernen von Mathematik für die Sekundarstufen

Bärbel Barzel
Potsdam, 11.1.2016

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

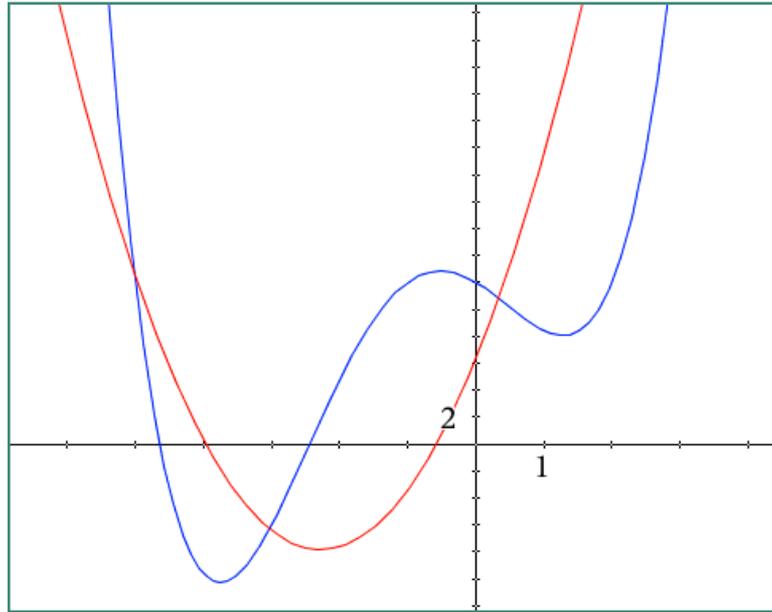


T³ DEUTSCHLAND

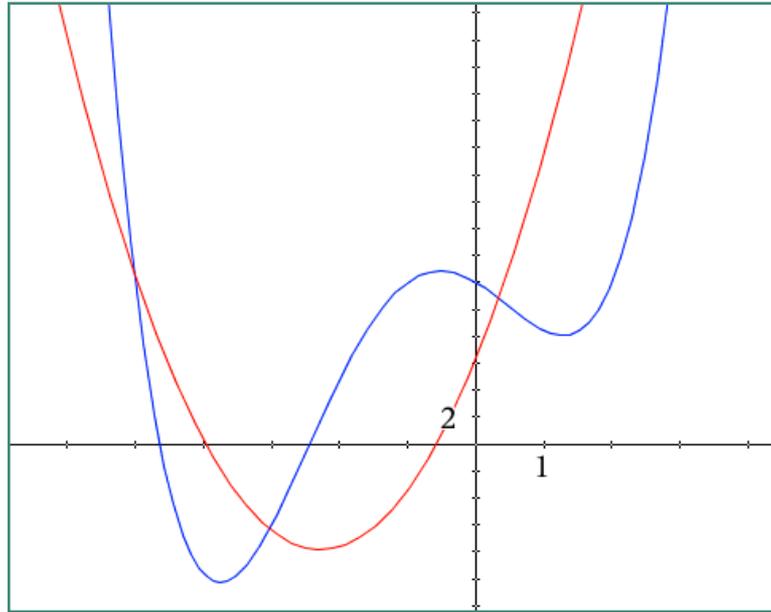
DZLM  Deutsches Zentrum für
Lehrerbildung Mathematik

KOSIMA

ma^atheWerk^statt



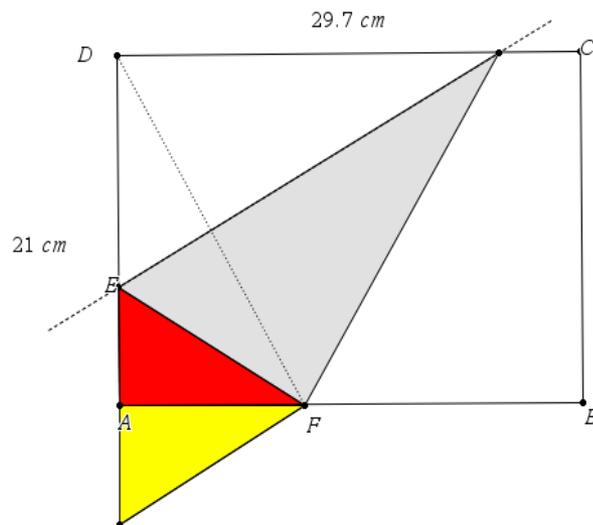
$\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$?



- 1. Digitale Medien – wann, wo, wie und warum?**
- 2. Ein exemplarischer Weg**

Werte ausprobieren/ Daten erheben	Skizze aufstellen	Term aufstellen
Numerisch-tabellarischer Zugang Erste Eingabe: Ein einzelner Wert!!!	Graphisch-visueller Zugang Erste Eingabe: Eine Konstruktion!!!	Symbolisch-algebraischer Zugang Erste Eingabe: Ein Term!!!
Tabellenkalkulation Stochastiktool	Geometriesoftware	Funktionsplotter Computeralgebra

	A	B	C	D
basic	height	area		
190	10.1499	8.04714	40.8388	
191	10.3448	7.95204	41.131	
192	10.4617	7.89411	41.2929	
193	10.6566	7.79612	41.54	
194	10.8125	7.71643	41.7169	
195	10.8904	7.67615	41.7983	
196	11.3582	7.42838	42.1864	
197	11.4751	7.36481	42.256	
198	11.592	7.30059	42.3143	
199	11.709	7.23572	42.3614	
200	11.7479	7.21395	42.3745	
201	12.2936	6.9016	42.4228	
202	12.4105	6.83282	42.3995	
203	12.5275	6.76339	42.3641	
204	12.6053	6.71682	42.3338	
205	12.6443	6.69338	42.3165	
206	12.6833	6.66988	42.2979	
207	12.8389	6.57528	42.2098	
F198				



$h+l=21$	$h+l=21$
$l=21-h$	$l=21-h$
$g^2=l^2-h^2$	$g^2=l^2-h^2$
$(21-h)^2-h^2=g^2$	$441-42\cdot h=g^2$
$\sqrt{441-42\cdot h}=g(h)$	Fertig
$\frac{g(h)\cdot h}{2} \rightarrow a(h)$	Fertig

	$h \cdot \sqrt{21}$
	$2 \cdot \sqrt{21-2\cdot h}$
	Fertig
	$h=7$

Digitale Medien???

Medien sind Mittler im Lernprozess und dienen dazu, bestimmte kognitive Tätigkeiten zu unterstützen

Werkzeuge

...sind universell einsetzbare Hilfsmittel zur Bearbeitung einer breiten Klasse von Problemen.
(TK, DGS, CAS, ...)

Lernumgebungen

..verfolgen ein bestimmtes fachliches Ziel, wollen Kompetenzen in einem Themenbereich entwickeln.
(Applets, Interaktive AB, Internet)

In Werkzeuge „eingebettete“ Lernumgebungen:

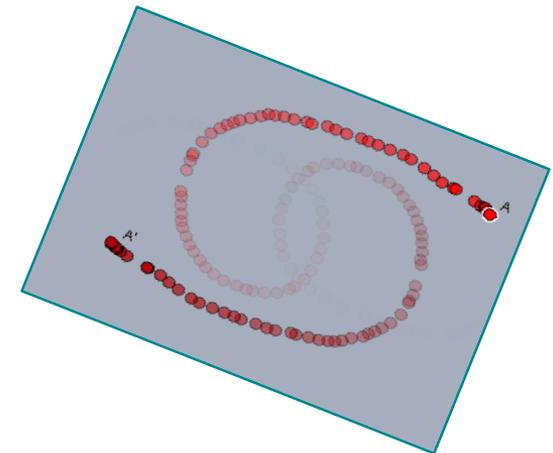
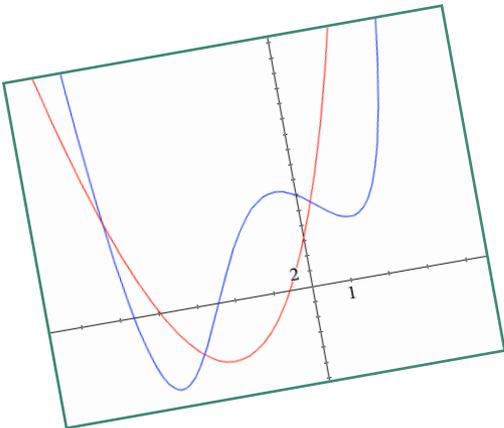
Direkte Nutzung



Umgestaltung
durch Lernende & Lehrende



Neugestaltung
durch Lernende & Lehrende



Digitale Medien???

Medien sind Mittler im Lernprozess und dienen dazu, bestimmte kognitive Tätigkeiten zu unterstützen

... didaktisch orientiert

- Dynamische Geometriesoftware
- Funktionenplotter/ „kleine CAS“ (z.B. Geogebra, TI-Nspire, Classpad)
- Stochastiktools (z.B. Fathom, Tinkerplots)

... orientiert an Arbeitswelt oder Wissenschaft:

- Tabellenkalkulation (z.B. Excel)
- „große CAS“ wie Maple, mathematica
- Statistiktools wie SPSS
- Tools zur Messwerterfassung

Verfügbar auf :

- Computer, Laptop,
- Tablets
- „mobilen Endgeräten“ – online (z.B. Smartphones) & offline (Handhelds)

Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?



Werkzeug zum Lernen

→ **EINSTIEG, VERTIEFEN**

durch die Möglichkeit viele Beispiele zu generieren, statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen. Wichtig z.B. bei:

- Modellierungs- oder Problemaufgaben zur Hinführung zu neuen Inhalten
- Aufgaben zur Struktursuche (z.B. Untersuchen von Zusammenhängen)



Werkzeug zum **Mathematik treiben und anwenden**

→ **ÜBEN**

durch die Möglichkeit, schnell Rechnungen, komplexe Algorithmen und statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen und zu kontrollieren.

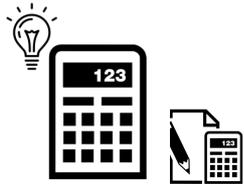
Wichtig z.B. bei:

- Modellierungen, Problemlöseaufgaben, Simulationen,...

Potenzial digitaler Mathematikwerkzeuge



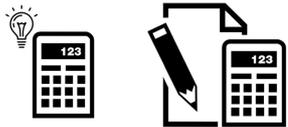
- **Entdecken** mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen,



- durch **Verständnisförderung** für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,



- mit der **Reduktion** schematischer Abläufe und der **Verarbeitung größerer Datenmengen**,



- durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben einschließlich der reflektierten Nutzung von **Kontrollmöglichkeiten**.

(Bildungsstandards allg. Hochschulreife)

Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?

Werkzeug zum Lernen

S-Bahnfahrt

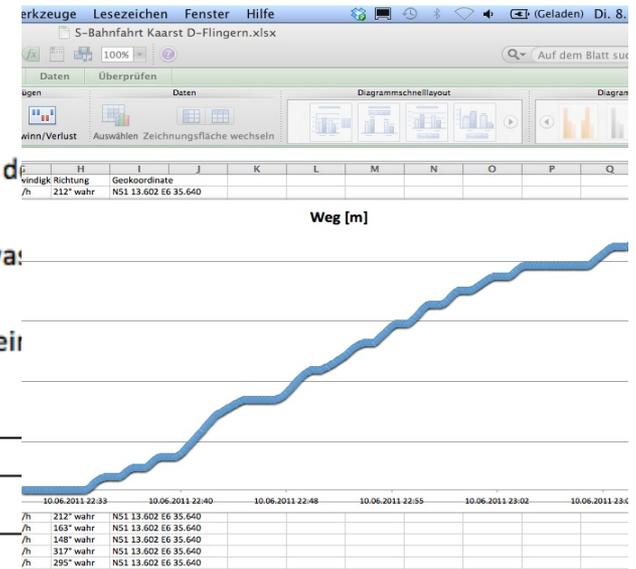
Einstieg in den Ableitungsbegriff



Während der S-Bahnfahrt von Kaarst nach Düsseldorf-Flingern (über Neuss Hbf und Düsseldorf Hbf) wurde mit einem GPS-Datenlogger alle 5 Sekunden der Ort bestimmt und der Weg zwischen den beiden Punkten bestimmt. In der ausgegebenen Datei sind die Rohdaten (Weg, Gesamtstrecke, Sekundenanzahl) für rd. 500 Etappen.

Arbeitsaufträge:

1. Informiere dich über die S-Bahnstrecke der S28 von Kaarst nach Flingern.
2. Stelle die gegebenen Daten in einem Weg-Zeit-Diagramm dar. Achte für die Wahl der geeigneten Wahl der Eingangs- und Ausgangsgröße.
3. Betrachte nun das Diagramm. Siehst du Phasen der Reise? Kannst du erkennen, was passiert ist?
4. Teile die Fahrt im Diagramm in geeignete Abschnitte ein und notiere tabellarisch ein Reiseabschnitt.



Abschnitt	Zeitbereich	Was ist passiert?
1		
2		
3		
4		
5		

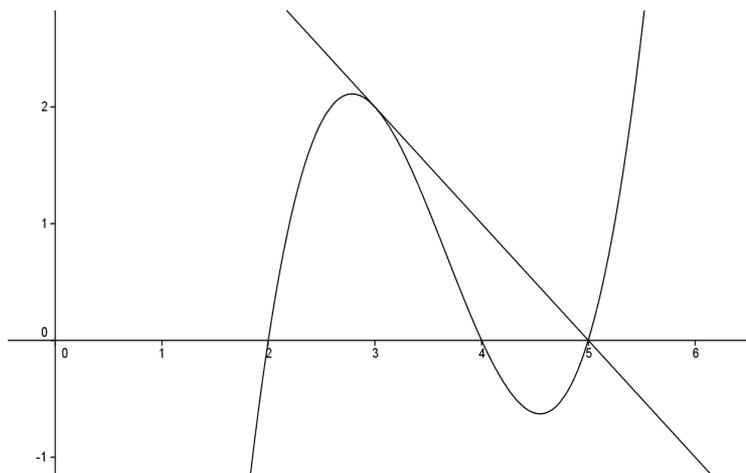
Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?

Werkzeug zum Lernen

durch die Möglichkeit viele Beispiele zu generieren ,
statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen .

Wichtig z.B. bei:

- Aufgaben zur Struktursuche
- Experimentieren mit Begriffen und Methode
- Untersuchung von Methoden und Zusammenhänge
- Kontrollieren von Lösungen



f sei eine ganzrationale Funktion 3. Grades mit den Nullstellen 2, 4 und 5. Zeichne den Graphen von f und die Tangente an den Graphen von f im Punkt $(3 | f(3))$.

Welche Besonderheiten haben Graph und Tangente?
Gilt dies für jede Tangente?

Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?

Werkzeug zum Lernen

durch die Möglichkeit viele Beispiele zu generieren ,
statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen .

Wichtig z.B. bei:

- Aufgaben zur Struktursuche

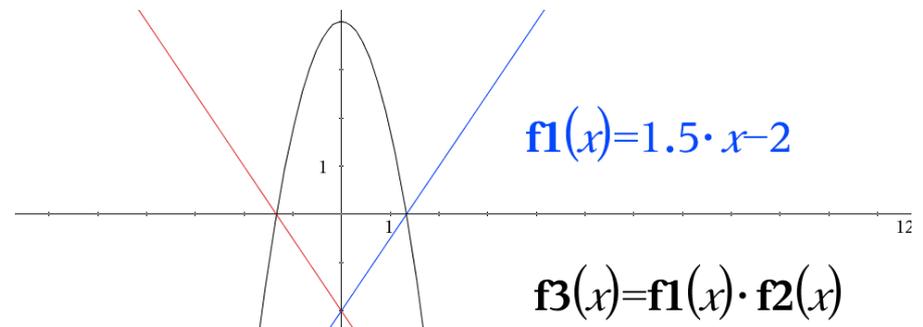
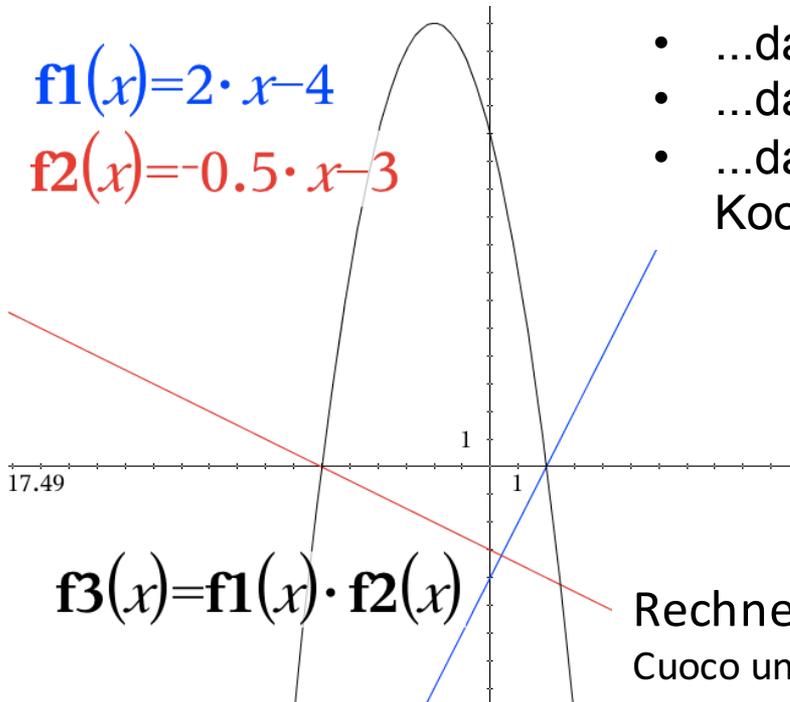


Die linearen Funktionen sollen verändert werden, dabei linear bleiben, so

$$f_1(x) = 2 \cdot x - 4$$

$$f_2(x) = -0.5 \cdot x - 3$$

- ...dass die Parabel „auf den Kopf gestellt“ wird.
- ...dass die Parabel die x-Achse berührt.
- ...dass der Scheitelpunkt der Parabel dieselbe x-Koordinate hat, wie der Schnittpunkt der Geraden.



Rechner wird zum mathematischen Labor
Cuoco und Levasseur 2003; Kieran und Drijvers 2006

Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?

Werkzeug zum Lernen

durch die Möglichkeit viele Beispiele zu generieren ,
statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen .

Wichtig z.B. bei:

- Aufgaben zur Struktursuche
- Experimentieren mit Begriffen und Methode
- Untersuchung von Methoden und Zusammenhänge
- Kontrollieren von Lösungen



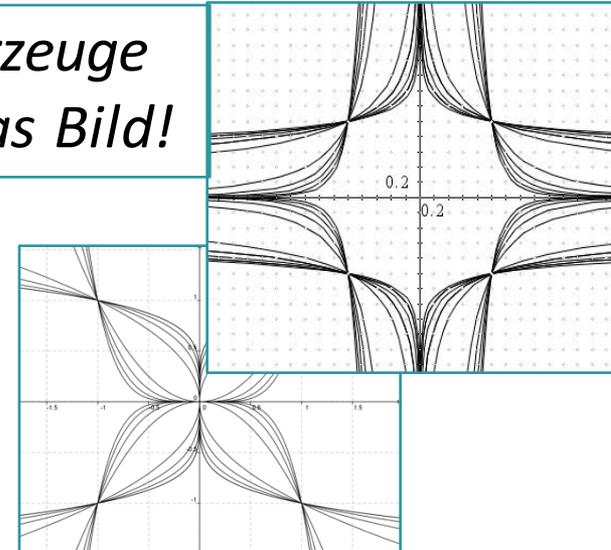
*Untersuche $x^n - 1$
1?*

1.1 BOG AUTO REELL

factor($x^n - 1$)	$x^n - 1$
factor($x^2 - 1$)	$(x-1) \cdot (x+1)$
factor($x^3 - 1$)	$(x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$
factor($x^n - 1$) $n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	$\{x-1, (x-1) \cdot (x+1), (x-1) \cdot (x^2 + x + 1), (x-1) \cdot (x+1)^2\}$

1/4

*Erzeuge
das Bild!*



Digitale Medien – wann?

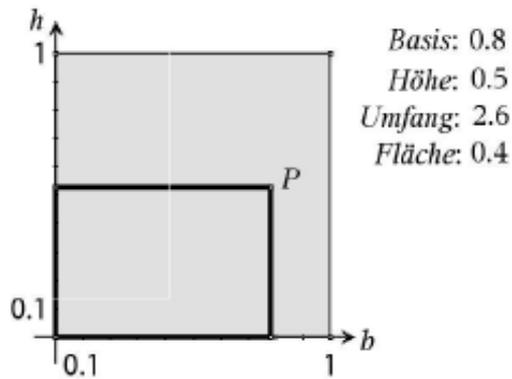
Digitale Medien sollten eingesetzt werden,

- wenn sie herkömmliche Denkformen verstärken,
- Wenn sie neue Denkformen und Wegen zum Erkenntnisgewinn ermöglichen.

$f_x = B14 + C14 * D14 * 0,04 + 4 * F14$

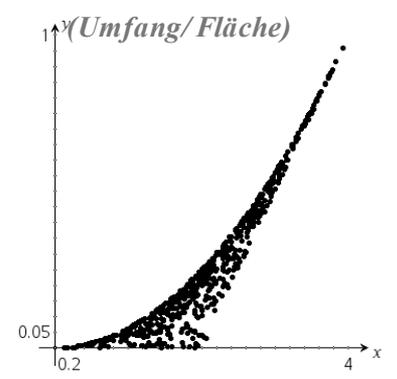
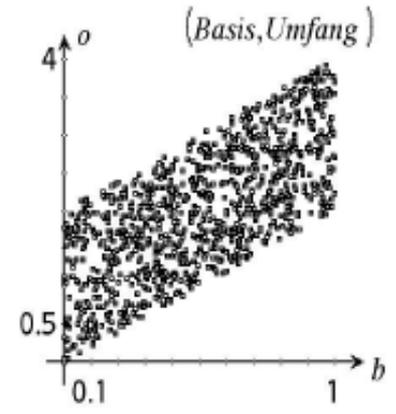
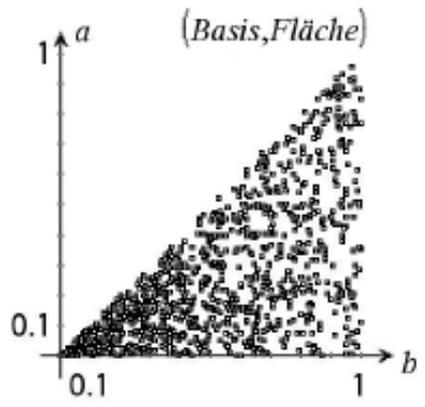
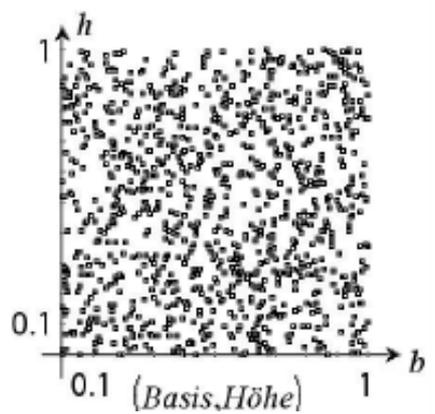
Tabellenkalkulationsblatt zur Aufgabe Erkunden 4: Was kostet das Auto?						
Wertverlust in 4 Jahren (in Euro)	Benzinpreis (in Euro pro Liter)	Kilometerzahl in 4 Jahren (in Kilometer)	Benzinkosten in 4 Jahren (in Euro)	Jährliche Reparatur / Steuer / Versicherung (in Euro)	Gesamtkosten in 4 Jahren (in Euro)	
3000	2,05	40000	3280	900	9880	 

Digitale Medien – wann?



basis	B	höhe	C	umfang	D	f...
1(999)	=rand(999	=2*'basis+2*'...				
1647...	.418106...	2.05154220...				
2185...	.581118...	1.34927454...				
3971...	.882744...	2.67148418...				
4820...	.655161...	2.03028786...				
5019...	.848036...	2.46767698...				
6896...	.303560...	.707300000...				
CI 2.0515422031412						

Felsager 2006



Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?

Werkzeug zum Mathematik treiben und anwenden:



So

Wie groß kann das quaderförmige Gebäude unter dem Bogen höchstens sein?

...oder so :

Dieses Gebäude heißt „Berliner Bogen“ und steht in Hamburg. Einem Architekten aus Shanghai liegt dieses Foto vor. Er möchte nun das Design kopieren und auf dem Dach

des Bürogebäudes eine Cafeteria einrichten.

Bestimmen Sie die Maße, die für die Planung relevant sind (z.B. Flächen- und Rauminhalte der einzelnen Bereiche).

Bedenken Sie dabei, dass öffentliche Räume mindestens 2,50 m hoch sind.

Berliner Bogen



Digitale Medien – wann? In welchen Situationen des Lernprozesses?

Werkzeug zum Mathematik treiben und anwenden:



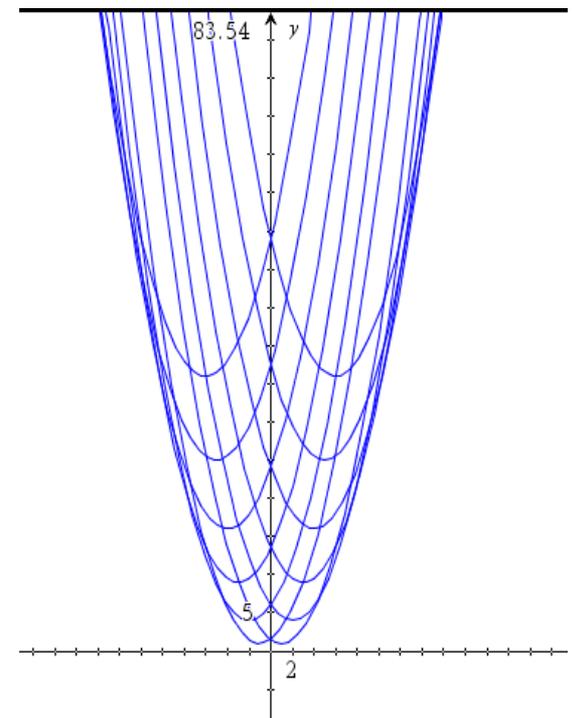
durch die Möglichkeit, schnell Rechnungen, komplexe Algorithmen und statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen. Wichtig z.B. bei:

- Modellierung und Simulation
- Problemlösen
- Datenanalyse

Welche Kurve umhüllt die
Funktionenschar mit

$$f_a(x) = \frac{1}{2}(x-a)^2 + a^2, \quad a \in \mathbb{R} \text{ am engsten?}$$

Finden sie die Kurve und beweisen sie,
dass sie die optimale ist.



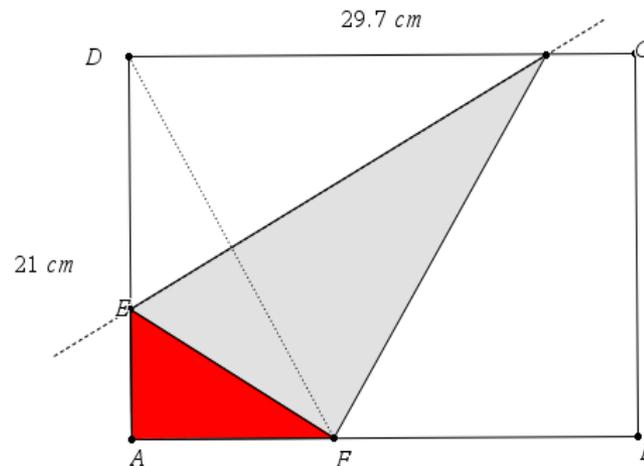


Werkzeug zum Mathematik treiben und anwenden → ÜBEN

durch die Möglichkeit, schnell Rechnungen, komplexe Algorithmen und statische und dynamische Visualisierungen zu vollziehen und zu kontrollieren.

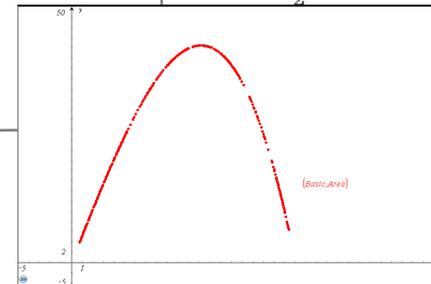
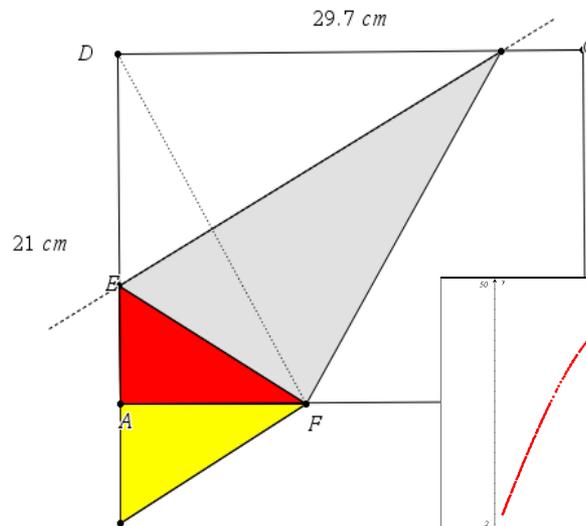
Wichtig z.B. bei:

- Modellierungen, Problemlöseaufgaben, Simulationen, ..



Werte ausprobieren/ Daten erheben	Skizze aufstellen	Term aufstellen
Numerisch-tabellarischer Zugang Erste Eingabe: Ein einzelner Wert!!!	Graphisch-visueller Zugang Erste Eingabe: Eine Konstruktion!!!	Symbolisch-algebraischer Zugang Erste Eingabe: Ein Term!!!
Tabellenkalkulation Stochastiktool	Geometriesoftware	Funktionsplotter Computeralgebra

	basic	height	area
190	10.1499	8.04714	40.8388
191	10.3448	7.95204	41.131
192	10.4617	7.89411	41.2929
193	10.6566	7.79612	41.54
194	10.8125	7.71643	41.7169
195	10.8904	7.67615	41.7983
196	11.3582	7.42838	42.1864
197	11.4751	7.36481	42.256
198	11.592	7.30059	42.3143
199	11.709	7.23572	42.3614
200	11.7479	7.21395	42.3745
201	12.2936	6.9016	42.4228
202	12.4105	6.83282	42.3995
203	12.5275	6.76339	42.3641
204	12.6053	6.71682	42.3338
205	12.6443	6.69338	42.3165
206	12.6833	6.66988	42.2979
207	12.8389	6.57528	42.2098
F198			



$$\begin{array}{l}
 h+l=21 \\
 l=21-h \\
 g^2=l^2-h^2 \\
 (21-h)^2-h^2=g^2 \\
 \sqrt{441-42\cdot h} \rightarrow g(h) \\
 \frac{g(h)\cdot h}{2} \rightarrow a(h) \\
 \frac{\sqrt{-21\cdot(2\cdot h-21)}}{2} \quad \frac{h\cdot\sqrt{21}}{2\cdot\sqrt{21-2\cdot h}} \\
 \text{Fertig} \\
 \text{Fertig} \\
 h=7
 \end{array}$$

Digitale Medien – wie?

Ziele für Lernende:

Sie sollten die folgenden Werkzeuge kennen, verfügbar haben und frei wählen können: TK/ Stochastiktool, DGS, Funktionenplotter, (CAS)

Ziele für Lehrende:

Sie sollten diese Werkzeuge kennen und fachdidaktisch beurteilen können.

Sie sollten diese Werkzeuge bewusst zur gezielten Aktivierung verschiedener kognitiver Tätigkeiten einsetzen können.

Sie sollten offen sein, ihre eigenen Präferenzen zurückzustellen und Lernenden Lösungsansatz und die Art des Einsatzes der Werkzeuge überlassen.

Digitale Medien – wie?

Anhalteweg s_A :
 Bremsweg s_B + Reaktionsweg s_R

$$s_B = \left(\frac{v}{10}\right)^2 \quad s_R = \frac{v}{10} \cdot 3$$



Formal-symbolisch

$f(x)=$



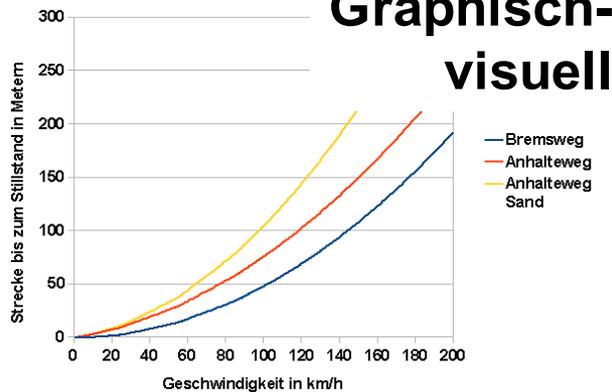
Situativ-Sprachlich



x y

Numerisch-tabellarisch

Brems- und Anhalteweg
 für Verzögerung von 8n

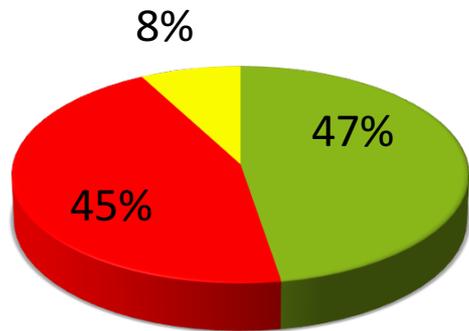


Duval 1993

Verzögerung	Weg [s] bei t_1, t_2																Weg [s] bei t_1, t_2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
	100 km/h		110 km/h		120 km/h		130 km/h		140 km/h		150 km/h		160 km/h		170 km/h																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
1,0 m/sec²	14,91	5,48	23,07	8,23	30,81	11,01	36,22	12,80	42,72	14,57	48,73	16,34	54,66	18,12	60,56	19,89	66,44	21,67	72,30	23,44	78,01	25,20	83,69	26,96	89,56	28,72	95,29	30,48	101,20	32,20	106,79	33,96	112,26	35,60	117,69	37,16	123,48	38,88	129,37	40,60	135,04	42,12	141,38	43,60	147,48	45,12	153,34	46,60	159,16	48,16	164,94	49,76	170,68	51,44	176,28	52,96	181,84	54,56	187,36	56,16	193,24	57,84	199,40	59,20	205,44	60,96	211,84	62,24	218,08	63,60	224,64	65,12	230,80	66,56	237,68	68,16	244,72	69,60	251,84	71,20	258,40	72,80	265,20	74,40	271,76	76,00	278,32	77,60	285,04	79,20	291,84	80,80	298,80	82,40	305,92	84,00	313,12	85,60	320,48	87,20	327,20	88,80	333,96	90,40	340,72	92,00	347,84	93,60	354,80	95,20	361,92	96,80	369,12	98,40	376,48	100,00	383,20	101,60	390,00	103,20	396,72	104,80	402,80	106,40	409,60	108,00	416,64	109,60	423,60	111,20	430,80	112,80	438,00	114,40	445,36	116,00	452,96	117,60	460,64	119,20	468,40	120,80	476,32	122,40	484,32	124,00	490,48	125,60	496,80	127,20	503,36	128,80	510,40	130,40	517,60	132,00	524,96	133,60	531,60	135,20	538,40	136,80	545,28	138,40	552,16	140,00	559,20	141,60	566,16	143,20	573,20	144,80	580,40	146,40	587,76	148,00	595,20	149,60	602,16	151,20	609,84	152,80	617,60	154,40	625,60	156,00	632,64	157,60	639,84	159,20	647,20	160,80	654,96	162,40	662,72	164,00	670,40	165,60	678,24	167,20	686,00	168,80	693,92	170,40	702,00	172,00	710,24	173,60	718,72	175,20	727,36	176,80	736,16	178,40	745,20	180,00	754,40	181,60	763,76	183,20	773,44	184,80	783,20	186,40	793,12	188,00	803,12	189,60	813,20	191,20	823,44	192,80	833,84	194,40	844,40	196,00	855,12	197,60	866,00	199,20	877,04	200,80	888,24	202,40	899,60	204,00	911,12	205,60	922,80	207,20	934,64	208,80	946,72	210,40	959,04	212,00	971,60	213,60	984,32	215,20	997,20	216,80	1010,00	218,40	1022,80	220,00	1035,84	221,60	1049,04	223,20	1062,40	224,80	1076,00	226,40	1089,76	228,00	1103,60	229,60	1117,44	231,20	1131,36	232,80	1145,44	234,40	1159,76	236,00	1174,40	237,60	1189,20	239,20	1204,00	240,80	1219,20	242,40	1234,80	244,00	1251,20	245,60	1268,16	247,20	1284,80	248,80	1302,00	250,40	1319,84	252,00	1336,96	253,60	1355,36	255,20	1374,24	256,80	1392,96	258,40	1412,00	260,00	1430,40	261,60	1449,12	263,20	1468,00	264,80	1487,12	266,40	1506,48	268,00	1526,16	269,60	1546,16	271,20	1566,40	272,80	1587,20	274,40	1608,64	276,00	1631,20	277,60	1654,96	279,20	1679,04	280,80	1704,00	282,40	1729,84	284,00	1756,40	285,60	1783,84	287,20	1812,16	288,80	1840,00	290,40	1867,84	292,00	1900,00	293,60	1928,16	295,20	1956,48	296,80	1993,20	298,40	2020,16	300,00	2058,00	301,60	2094,24	303,20	2138,88	304,80	2180,16	306,40	2222,40	308,00	2264,64	309,60	2309,44	311,20	2353,12	312,80	2403,36	314,40	2453,76	316,00	2505,60	317,60	2559,84	319,20	2618,40	320,80	2683,84	322,40	2749,20	324,00	2818,00	325,60	2895,84	327,20	2976,48	328,80	3058,00	330,40	3145,84	332,00	3224,00	333,60	3295,20	335,20	3364,80	336,80	3439,20	338,40	3500,00	340,00	3559,84	341,60	3619,20	343,20	3704,00	344,80	3770,40	346,40	3836,00	348,00	3900,00	349,60	4014,24	351,20	4098,24	352,80	4184,64	354,40	4278,24	356,00	4369,92	357,60	4459,60	359,20	4546,80	360,80	4639,60	362,40	4724,16	364,00	4808,00	365,60	4890,24	367,20	4966,00	368,80	5041,84	370,40	5129,20	372,00	5198,40	373,60	5260,32	375,20	5326,40	376,80	5397,60	378,40	5475,84	380,00	5558,40	381,60	5639,20	383,20	5706,40	384,80	5778,24	386,40	5850,00	388,00	5918,80	389,60	5984,64	391,20	6053,20	392,80	6122,40	394,40	6185,60	396,00	6243,84	397,60	6291,20	399,20	6351,60	400,80	6404,00	402,40	6472,80	404,00	6542,72	405,60	6616,32	407,20	6695,84	408,80	6780,40	410,40	6865,12	412,00	6949,60	413,60	7039,36	415,20	7129,44	416,80	7219,84	418,40	7310,56	420,00	7402,40	421,60	7495,04	423,20	7598,40	424,80	7702,56	426,40	7816,32	428,00	7934,40	429,60	8061,84	431,20	8189,84	432,80	8320,32	434,40	8476,32	436,00	8628,96	437,60	8787,84	439,20	8956,96	440,80	9132,40	442,40	9304,32	444,00	9463,60	445,60	9632,32	447,20	9808,64	448,80	9992,64	450,40	10195,60	452,00	10390,40	453,60	10594,00	455,20	10806,40	456,80	11027,84	458,40	11248,16	460,00	11498,40	461,60	11758,80	463,20	12079,20	464,80	12380,64	466,40	12703,20	468,00	13049,76	469,60	13396,16	471,20	13824,00	472,80	14246,40	474,40	14681,60	476,00	15104,64	477,60	15597,60	479,20	16128,00	480,80	16696,80	482,40	17304,00	484,00	17949,84	485,60	18588,40	487,20	19324,80	488,80	20140,00	490,40	21000,00	492,00	21864,00	493,60	22828,80	495,20	23836,80	496,80	24912,00	498,40	26036,80	500,00	27278,40	501,60	28585,60	503,20	29976,00	504,80	31416,00	506,40	32899,20	508,00	34420,80	509,60	36014,40	511,20	37665,60	512,80	39350,40	514,40	41184,00	516,00	43008,00	517,60	44817,60	519,20	46536,00	520,80	48182,40	522,40	50000,00	524,00	51584,00	525,60	53232,00	527,20	55008,00	528,80	56832,00	530,40	58512,00	532,00	60288,00	533,60	62112,00	535,20	63840,00	536,80	65664,00	538,40	67456,00	540,00	69144,00	541,60	70896,00	543,20	72504,00	544,80	74088,00	546,40	75816,00	548,00	77656,00	549,60	79488,00	551,20	81408,00	552,80	83376,00	554,40	85392,00	556,00	87528,00	557,60	89748,00	559,20	92256,00	560,80	94752,00	562,40	96960,00	564,00	99288,00	565,60	101760,00	567,20	104208,00	568,80	106896,00	570,40	109776,00	572,00	112656,00	573,60	115632,00	575,20	118704,00	576,80	121968,00	578,40	125520,00	580,00	129120,00	581,60	132912,00	583,20	136560,00	584,80	140496,00	586,40	144432,00	588,00	148560,00	589,60	152944,00	591,20	157744,00	592,80	162864,00	594,40	168000,00	596,00	173472,00	597,60	178464,00	599,20	183888,00	600,80	189744,00	602,40	196080,00	604,00	202712,00	605,60	209680,00	607,20	217728,00	608,80	226176,00	610,40	235080,00	612,00	244416,00	613,60	254688,00	615,20	265712,00	616,80	277584,00	618,40	290256,00	620,00	303504,00	621,60	317008,00	623,20	330528,00	624,80	344944,00	626,40	361824,00	628,00	379728,00	629,60	399168,00	631,20	419232,00	632,80	440032,00	634,40	462464,00	636,00	487200,00	637,60	516576,00	639,20	548880,00	640,80	588624,00	642,40	632640,00	644,00	679440,00	645,60	729600,00	647,20	830400,00	648,80	938400,00	650,40	1057200,00	652,00	1188000,00	653,60	1332000,00	655,20	1492800,00	656,80	1660800,00	658,40	1848000,00	660,00	2054400,00	661,60	2279200,00	663,20	2527200,00	664,80	2800800,00	666,40	3093600,00	668,00	3400800,00	669,60	3736800,00	671,20	4108800,00	672,80	4504800,00	674,40	4992000,00	676,00	5574400,00	677,60	6259200,00	679,20	7027200,00	680,80	7886400,00	682,40	8865600,00	684,00	10003200,00	685,60	11246400,00	687,20	12604800,00	688,80	14092800,00	690,40	15748800,00	692,00	17611200,00	693,60	19608000,00	695,20	21854400,00	696,80	24350400,00	698,40	27312000,00	700,00	30604800,00	701,60	34689600,00	703,20	39638400,00	704,80	45484800,00	706,40	52283200,00	708,00	59942400,00	709,60	68270400,00	711,20	77544000,00	712,80	87580800,00	714,40	98616000,00	716,00	110880000,00	717,60	124416000,00	719,20	139536000,00	720,80	156384000,00	722,40	175344000,00	724,00	196368000,00	725,60	219744000,00	727,20	245712000,00	728,80	274368000,00	730,40	306576000,00	732,00	340896000,00	733,60	379008000,00	735,20	420144000,00	736,80	463584000,00	738,40	510864000,00	740,00	562128000,00	741,60	617344000,00	743,20	679584000,00	744,80	748128000,00	746,40	834048000,00	748,00	925824000,00	749,60	1024512000,00	751,20	1131600000,00	752,80	1247712000,00	754,40	1375632000,00	756,00	1520064000,00	757,60	1673632000,00	759,20	1837056000,00	760,80	2018112000,00	762,40	2223600000,00	764,00	2451360000,00	765,60	2703360000,00	767,20	2980640000,00	768,80	3285360000,00	

Im Rahmen der Evaluation einer Fortbildungsreihe zum Einsatz von GTR/ CAS (Marcel Klinger) Pre-Test: Aufgabe „Skalierung der Achsen“

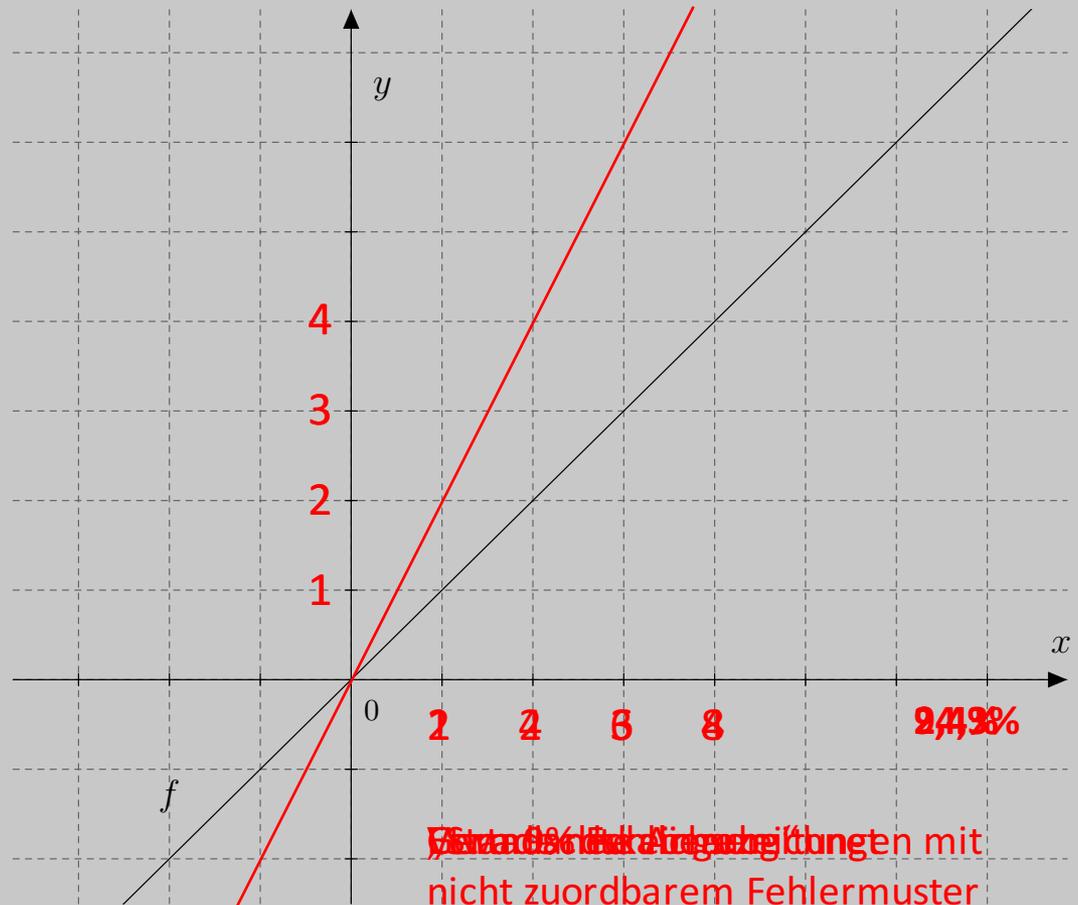
- Aufgabe: Skaliere Achsen so, dass $f(x)=2x$ dargestellt wird.



- richtig
- falsch
- nicht bearbeitet

n = 3139

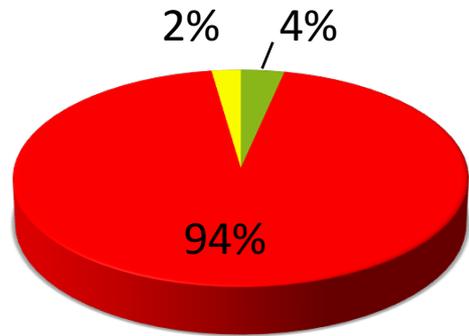
Beschrifte die Koordinatenachsen so, dass die Gerade $f(x) = 2x$ dargestellt wird.



Im Rahmen der Evaluation einer Fortbildungsreihe zum Einsatz von GTR/ CAS (Marcel Klingler)

Pre-Test: Aufgabe „Weihnachtsmann“

Fehlvorstellung „Illusion of Linearity“



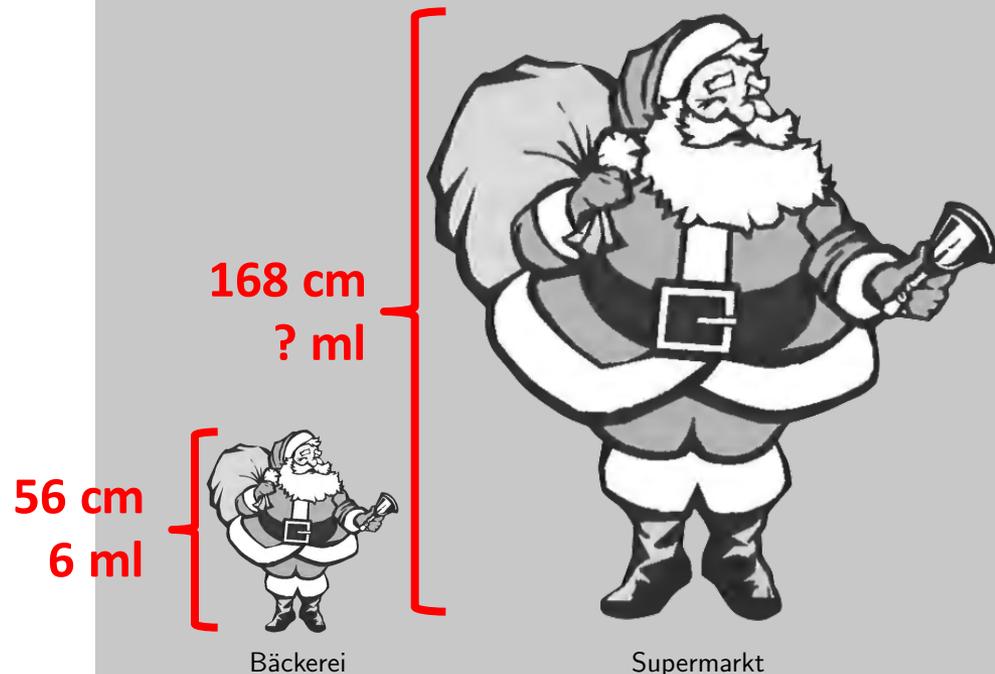
■ richtig

■ falsch

■ nicht bearbeitet

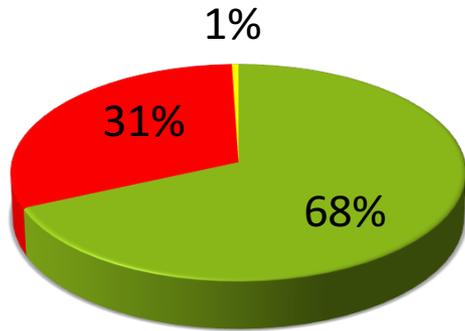
Max ist Maler. In letzter Zeit sollte er oft weihnachtliche Bilder an Schaufenster malen. Erst gestern malte er einen 56 cm großen Weihnachtsmann an das Fenster einer Bäckerei. Dafür benötigte er 6 ml Farbe. Nun soll er eine vergrößerte Version des selben Bildes an eine Supermarktscheibe malen. Diese Kopie soll 168 cm hoch werden. Wie viel Farbe benötigt Max vermutlich? Deine Rechnung kannst du unten ausführen.

Antwort:

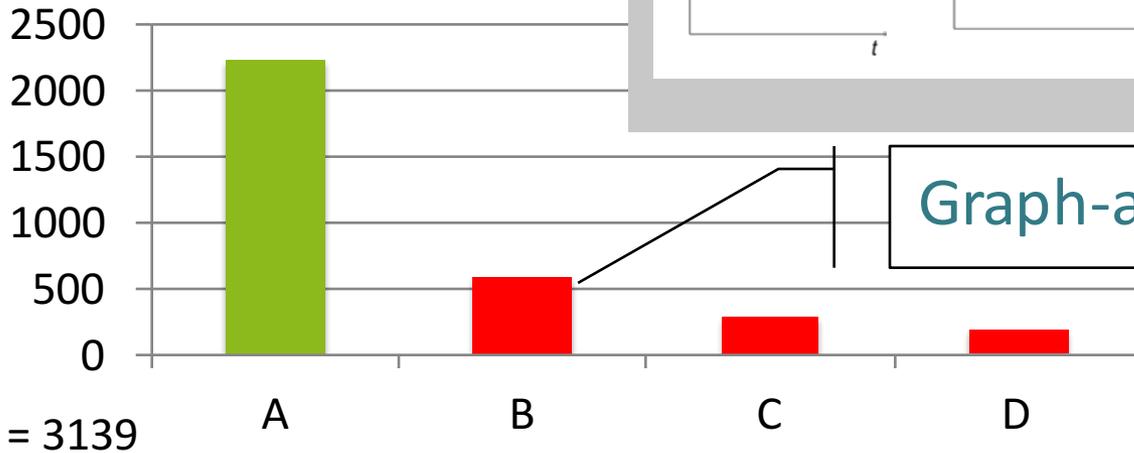


Im Rahmen der Evaluation einer Fortbildungsreihe zum Einsatz von GTR/ CAS

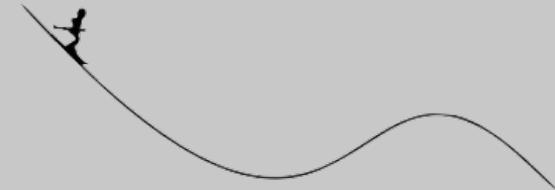
Pre-Test: Aufgabe „Ski-Fahrer“



- richtig
- falsch
- nicht bearbeitet

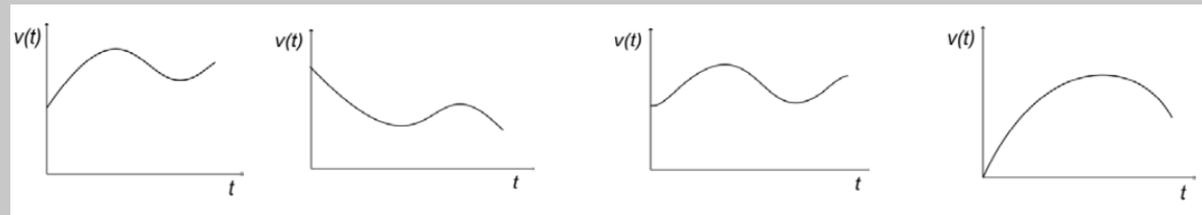


Im Bild rechts ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinabfährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten? Der Funktionswert $v(t)$ gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an. Kreuze genau einen an.



Vermerk: I6JG

- (a) (b) (c) (d)



Graph-als-Bild-Fehler

n = 3139

Digitale Medien – wo?

Bei welchen Themen? Bei welchen Aktivitäten?

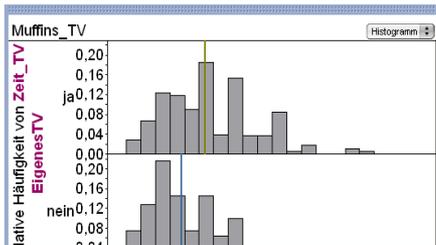
Mathematisch kommunizieren

Mathematische Darstellungen verwenden

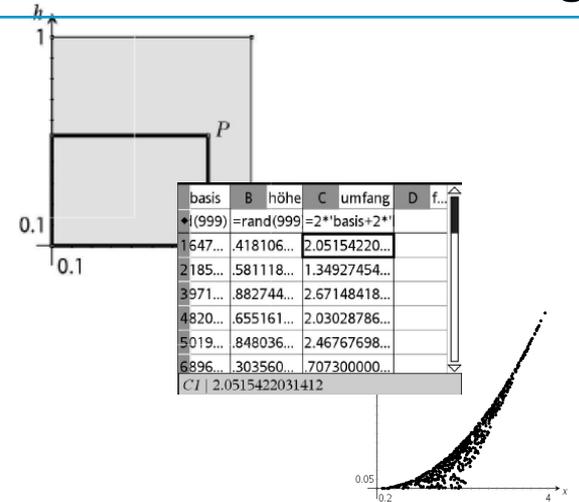
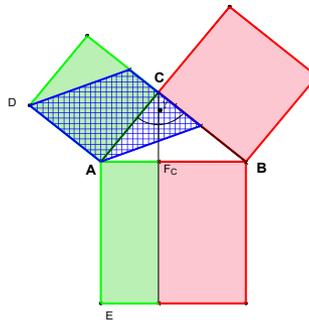
Daten & Zufall

Raum & Form

Funktionaler Zusammenhang



Stichprobenumfang n	Schwankungsbreite
50	$\pm 0,14$
100	$\pm 0,10$
1.000	$\pm 0,03$
10.000	$\pm 0,01$



Kommunizieren & Argumentieren

Modellieren/ Problemlösen

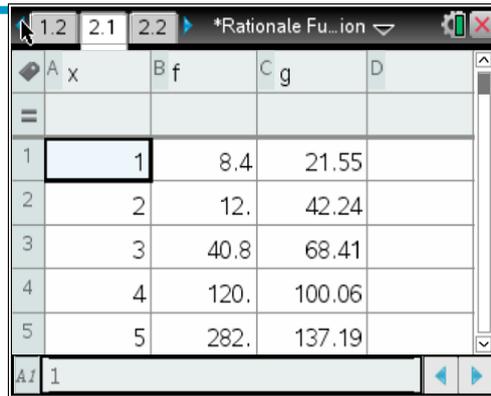
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Digitale Medien – warum?

Aufbau von Grundvorstellungen, z.B. einer Funktionen:

Kovariation

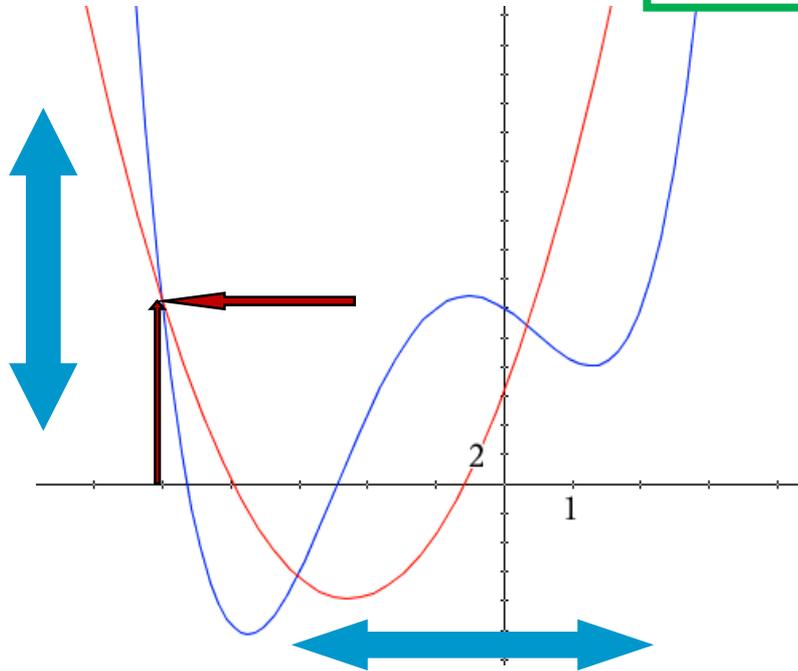
Man betrachtet, wie sich die Veränderung (Kovariation) der unabhängige Größe auf die abhängige auswirkt.



A	x	B	f	C	g	D
1	1	8.4	21.55			
2	2	12.	42.24			
3	3	40.8	68.41			
4	4	120.	100.06			
5	5	282.	137.19			

Zuordnung

Man betrachtet die Zuordnung einzelner Werte.



Objekt

Man betrachtet die Funktion als Ganzes, als eigenständiges Objekt

Digitale Medien – warum?

Kieran & Drijvers 2006
Cuoco & Levasseur 2003
Abdullah 2007
Zeller & Barzel 2010

Hoyles & Lagrange 2010
Arzarello & Robutti 2010
Borba & Confrey 1996,
Sacristán and Noss 2008
Ainsworth et.al. 1998

Arzarello & Robutti 2003

Barzel 2011
Clark-Wilson
& Oldknow 2009
Drijvers 2011
Ruthven & Hennessy
2003

Entdecken ermöglichen & Konzeptuelles Wissen fördern

- Genetisches Lernen
- Nicht alles muss durch die Lehrkraft vorhergesehen werden

Nutzen verschiedener Darstellungen & intermodale Transfers

- Verschiedene Repräsentationen miteinander verknüpfen
- Übergänge erleichtern: enaktiv – ikonisch – symbolisch

Funktionale und prädikative Zugänge unterstützen

- Funktional: Bewegung und Abhängigkeiten
- Prädikativ: Einzelbilder und Gemeinsamkeiten

Lehrkräfte entlasten

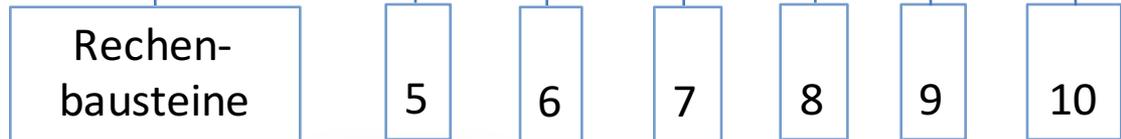
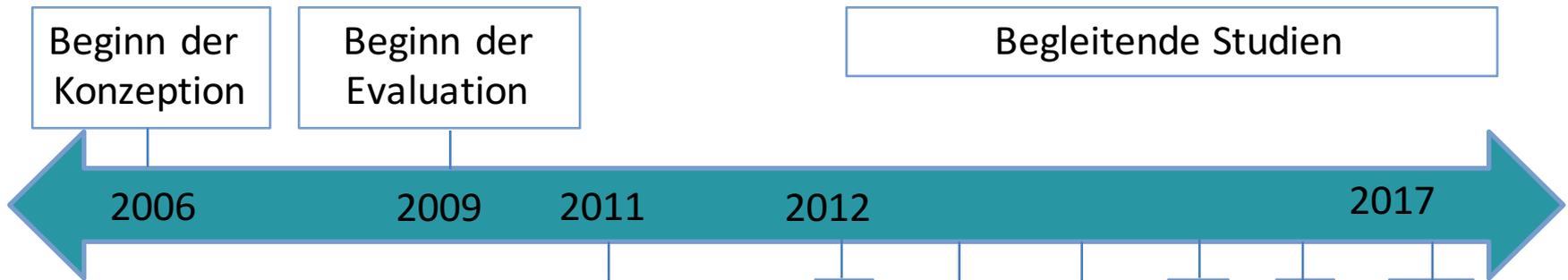
- Eigenständige Lösungskontrolle ermöglichen
- „Materialien mit Aufforderungscharakter“

Bärbel Barzel / Essen
Timo Leuders / Freiburg

Susanne Prediger / Dortmund
Stephan Hußmann / Dortmund



Kontexte für Sinnstiftendes Mathematiklernen
Forschungs- und Entwicklungsprojekt, 2006 - 2016
e.g. 20 Erproberklassen



Schulbuchkonzeption - theoriegeleitet & praxiserprobt

Zusammenspiel verschiedener Prinzipien auf verschiedenen Ebenen

Wagenschein 1977
Winter 1989
Freudenthal 1991

Wagenschein 1977
Skemp 1976
Hiebert et al. 1997

Freudenthal 1973

Hiebert et al. 1997
Wagenschein 1977

- Genetisches Lernen
- Verstehensorientierung
- Aktivierung, Eigentätigkeit
- Sinnstiftung



Grundsätze des Medienkonzeptes der



- **Medium bleibt Medium:**
Es wird nur dann eingesetzt, wenn die jeweilige mathematische Aktivität unterstützt wird.....
- Prinzipiell in allen Phasen des Unterrichts –
Medium zum Lernen & Mathematik treiben und anwenden
- Anregen verschiedener Werkzeuge passend zu den
mathematischen Darstellungen
- Hoher Grad an Schüleraktivierung: möglichst größte Verfügbarkeit
- Einstieg punktuell an einzelnen Aufgaben mit ausgelagerten technischen Hilfen
dabei differenziertes Angebot
- Ziel: Taschenrechner ab 6 → DGS & TabKalk ab 7 → Funktionenplotter ab 8

Überblick - Lernumgebungen vielfach zwischendurch

ReactionV5.2 - TI-Nspire™ CAS Teacher

Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen

Inhalt Dokumente

Werkzeugpalette Dokument

Problem 1

Grafik

Tabelle

35% 10% 30% 15%

f_x	F	K
	A	
1	1	
2	1.1	
3	1.2	
4	1.3	
5	1.3	
6	1.3	
7	1.3	
8	2.2	
9	2.3	
10	2.6	
11	3	
12	3.5	
13	3.8	
14	4	
15	4	
16	4	
17	4.2	
18	4.4	
19	4.4	
20	4.5	

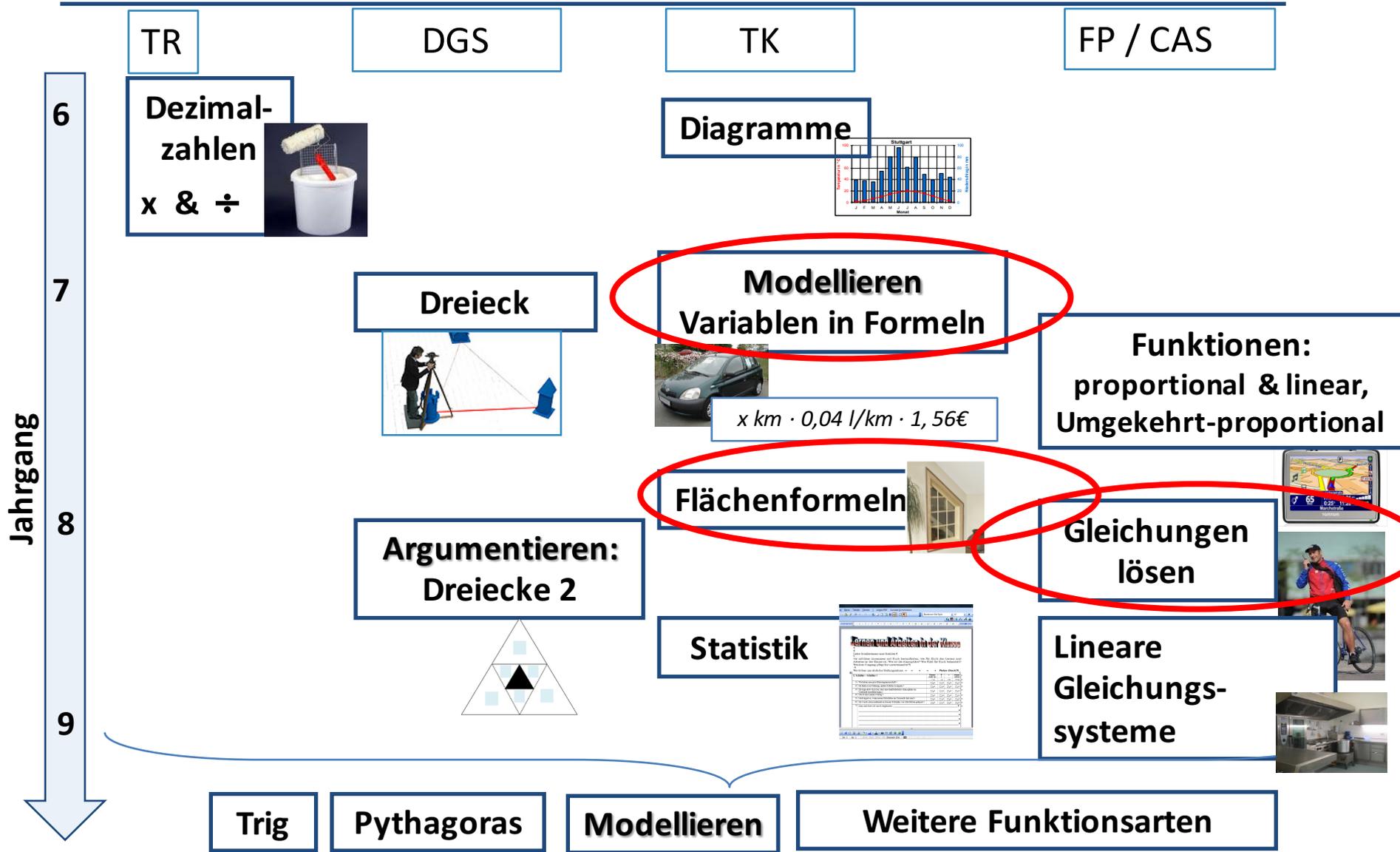
SimpleTap

© 2012 Omnia Verlag, Berlin

DE (0:19) 26.03.2013

Überblick

- Welche Werkzeuge in welchen Kapiteln?



**Modellieren
Variablen in Formeln**

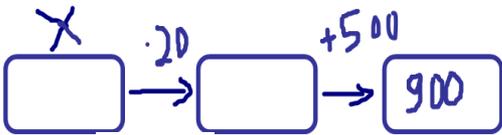
$$x \text{ km} \cdot 0,04 \text{ l/km} \cdot 1,56\text{€}$$

*Was kostet Auto fahren,
Fahrrad fahren, Zugfahren?
Vergleiche.*



$$w + 4 \cdot r + k \cdot 0,04 \cdot b$$

$$f_x = B14 + C14 * D14 * 0,04 + 4 * F14$$



Tabellenkalkulationsblatt zur Aufgabe Erkunden 4: Was kostet das Auto?

	Wertverlust in 4 Jahren (in Euro)	Benzinpreis (in Euro pro Liter)	Kilometerzahl in 4 Jahren (in Kilometer)	Benzinkosten in 4 Jahren (in Euro)	Jährliche Reparatur / Steuer / Versicherung (in Euro)	Gesamtkosten in 4 Jahren (in Euro)
14	3000	2,05	40000	3280	900	9880



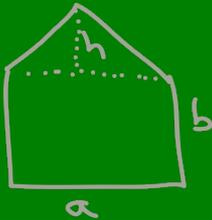
Flächenformeln



Rechnung eines Glasers

		A	B	C	D	E	F	G
1								
2								
3								
4								
5	Fenstermaße	Höhe				0,8 m		
6		Grundseite				2 m		
7								
8								Preis
9	Fensterfläche	Preis pro qm				3 €/ m ²		
10		berechnete Fläche				1,6 m ²		
11		Materialpreis	gesamt					4,80 €
12		Arbeitszeit	Zuschnitt	pauschal		20 €		20,00 €
13								
14	Rahmen	Preis pro laufendem Meter				10 €/ m		
15		berechneter Umfang				5,6 m		
16		Materialpreis	Rahmen					56,00 €
17		Fenstergriff und -aufhängung				50 €/ Stück		50,00 €
18		Arbeitszeit	Fensterbau	pauschal				30,00 €
19								
20	Einbau	Anfahrtskosten pro km				0,50 €/ km		
21		Anfahrt				23 km		
22		berechnete Anfahrtskosten						11,50 €
23		Arbeitszeit	Einbau	pauschal				60,00 €
24								
25	Gesamtpreis							232,30 €

Terme, um Flächen von Fenstern zu berechnen :



Till

$$a \cdot b + \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

Merve:

$$a \cdot (b + h)$$

Paul:

$$b \cdot a + h$$

Sverre:

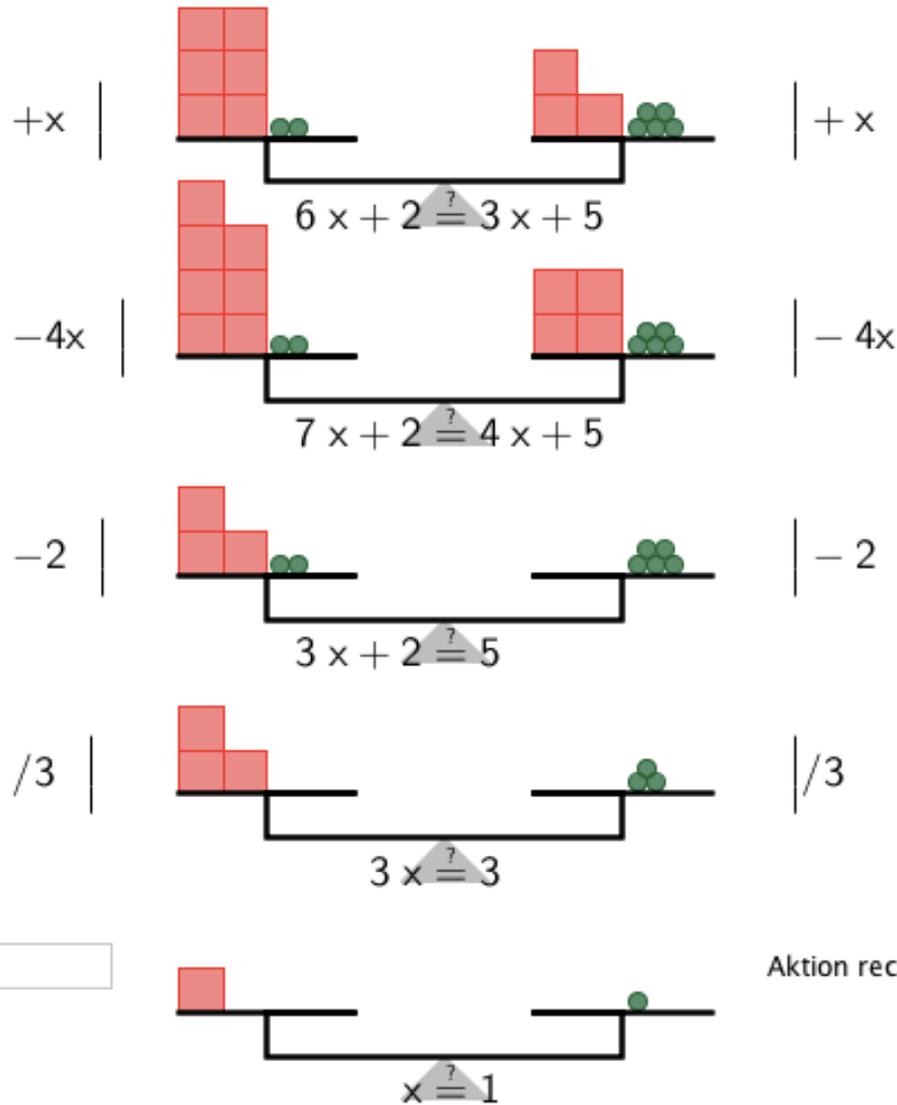
$$a \cdot (b + h) - b \cdot h$$

Alles rückgängig

Start linke Seite: $6x + 2$

Start rechte Seite: $3x + 5$

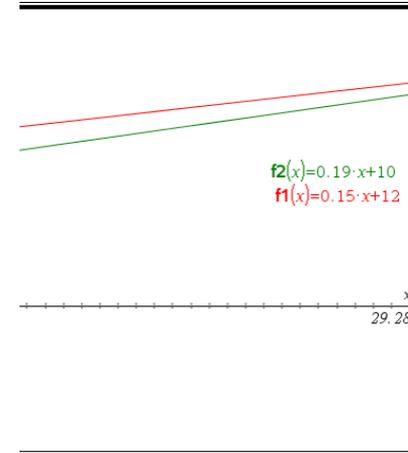
Gleichung anzeigen



Aktion links:

Aktion rechts:

Schritt zurück



$4(x - 1) = 3(2x + 1)$

$4x - 4 = 6x + 3$ } distributive law

$-4 = 2x + 3$ } $-4x$

$-7 = 2x$ } -3

$-\frac{7}{2} = x$ } $\div 2$



Erkunden B

Wie kann ich Daten geeignet darstellen und präsentieren?

6 Das Klima im Krüger-Nationalpark

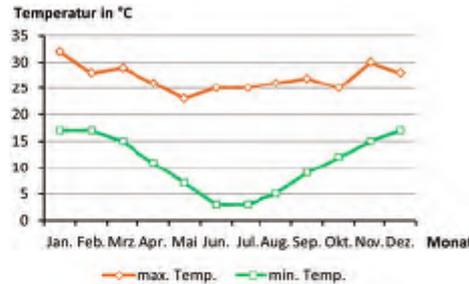
Der Krüger-Nationalpark in Südafrika ist ein beliebtes Urlaubsziel. Temperaturen und Niederschläge ändern sich dort oft sehr schnell. Deshalb eignen sich manche Monate besser für einen Besuch als andere.

a) Merve hat folgende Informationen zum Krüger-Nationalpark gesammelt:



Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mal	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
durchschnittlicher Niederschlag pro Monat (mm)	94	96	66	38	14	11	11	8	28	40	63	92

Während und direkt nach der Regenzeit (November bis April) verteilt sich das Wild überall im Park. In der Trockenzeit sind die Tiere hauptsächlich an den Flüssen und Wasserlöchern. Die durchschnittlichen Niederschlagsmengen pro Jahr liegen zwischen 740mm im Südwesten und 440mm im Nordosten. Die größte Menge davon fällt zwischen November und März. Die geringsten Niederschläge fallen zwischen Juli und August.



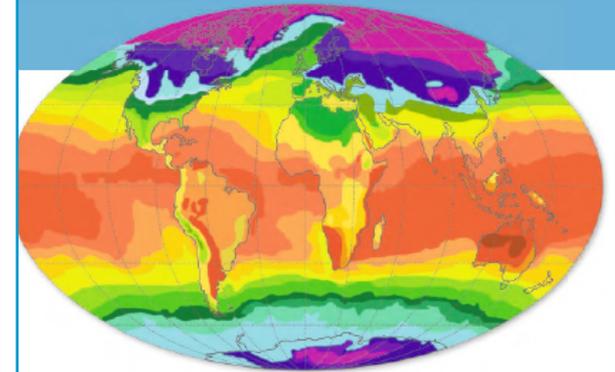
Beschreibe mit eigenen Worten das Wetter im Krüger-Nationalpark für jeden Monat. Nutze dazu die Informationen aus der Tabelle, dem Text und dem Diagramm.

** Neues Wort
Tabellenkalkulationsprogramme sind Computerprogramme wie z. B.*

b) Stell dir vor, du bist ein Reiseveranstalter und willst den Niederschlag im Krüger-Nationalpark in einem Diagramm veranschaulichen. Erstelle ein solches Diagramm mit einem Tabellenkalkulationsprogramm*.

► **Ordnen A** Mit Hilfe der Aufgabe 5 auf Seite 220 kannst du lernen, wie Diagramme mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erzeugt werden.

Unser Klima – Diagramme verstehen und erstellen



- In diesem Kapitel ...
- lernst du, wie man Informationen aus einem Diagramm ablesen kann.
 - lernst du, wie man mit Diagrammen einen Überblick über Daten erhält.
 - erfährst du, wie ein Diagramm eine bestimmte Wirkung bekommen kann.



Erkunden B

Wie kann ich Daten geeignet darstellen?

6 Das Klima im Krüger-Nationalpark

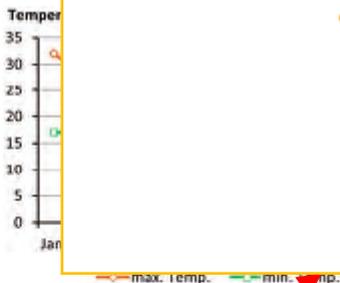
Der Krüger-Nationalpark in Südafrika ist ein Naturparadies. Die Temperaturen und Niederschläge ändern sich im Laufe des Jahres. Deshalb eignen sich manche Monate besser für einen Besuch.

a) Merve hat folgende Informationen zum Krüger-Nationalpark erhalten:

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai
durchschnittlicher Niederschlag pro Monat (mm)	94	96	66	38	18



Während und direkt nach der Regenzeit (November bis April) verteilt sich das Wild überall im Park. In der Trockenzeit sind die Tiere hauptsächlich an den Flüssen und Wasserlöchern. Die durchschnittlichen Niederschlagsmengen pro Jahr liegen zwischen 740 mm im Südwesten und 440 mm im Nordosten. Die größte Menge davon fällt zwischen November und März. Die geringsten Niederschläge fallen zwischen Juli und August.



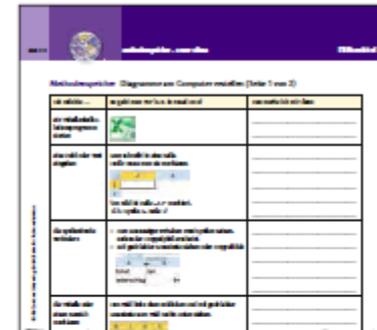
► Materialblock S. 111/112
Methodenspeicher
Diagramme am Computer erstellen

5 Diagramme mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellen

a) Gib die Daten zum Niederschlag im Krüger-Nationalparks aus Aufgabe 6 a) auf Seite 216 in einer Tabellenkalkulation ein.

Im Methodenspeicher findest du:

- wie man Zahlen oder Text eingibt
- wie man die Spaltenbreite verändern kann, um z. B. einen eingegebenen Text komplett sehen zu können



b) Erstelle zu den Werten zum Niederschlag aus a) ein Säulen-, ein Linien- und ein Kreisdiagramm.

Im Methodenspeicher findest du, wie man eine Tabelle markiert und ein Diagramm dazu erstellen kann.

c) Verändere dein Säulendiagramm aus b) auf zwei Arten:

- Stell dir vor, du bist ein Reiseveranstalter und möchtest, dass der Park das ganze Jahr über besucht wird. Verändere das Säulendiagramm so, dass es so aussieht, als wäre die Niederschlagsmenge im ganzen Jahr ähnlich.
- Stell dir vor, du gibst Freunden eine Reiseempfehlung und willst zeigen, dass die Unterschiede beim Niederschlag in den verschiedenen Monaten sehr groß sind. Wie solltest du jetzt das Säulendiagramm verändern?

Beschreibe mit eigenen Worten das Wetter im Krüger-Nationalpark für jeden Monat. Nutze dazu die Informationen aus der Tabelle, dem Text und dem Diagramm.

* Neues Wort
Tabellenkalkulationsprogramme sind Computerprogramme wie z. B. Excel, mit denen man verschiedene Daten übersichtlich darstellen kann.

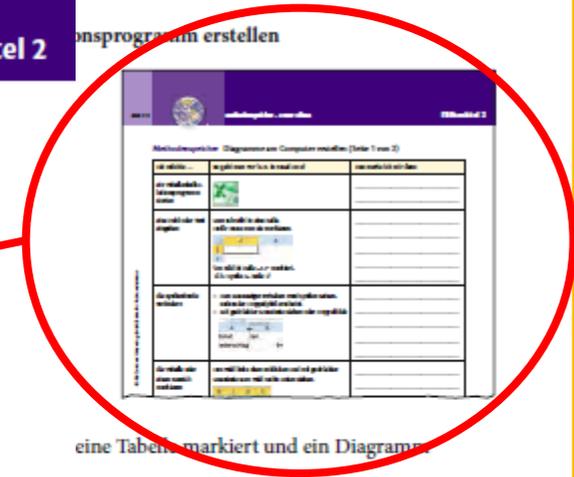
b) Stell dir vor, du bist ein Reiseveranstalter und willst den Niederschlag im Krüger-Nationalpark in einem Diagramm veranschaulichen. Erstelle ein solches Diagramm mit einem Tabellenkalkulationsprogramm*.

► Ordnen A Mit Hilfe der Aufgabe 5 auf Seite 220 kannst du lernen, wie Diagramme mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erzeugt werden.



Methodenspeicher Diagramme am Computer erstellen (Seite 1 von 2)

Ich möchte ...	So geht man vor (z. B. in Excel 2010)	Das merke ich mir dazu
eine Tabellenkalkulationsprogramm starten		
eine Zahl oder Text eingeben	<p>Man schreibt in eine Zelle. Dafür muss man sie markieren.</p>  <p>(Im Bild ist Zelle „A1“ markiert, d. h.: Spalte A, Zeile 1)</p>	
die Spaltenbreite verändern	<ul style="list-style-type: none"> Den Mauszeiger zwischen zwei Spalten setzen, sodass der Doppelpfeil erscheint. Mit gedrückter Maustaste ziehen oder Doppelklick 	
die Tabelle oder	Das Feld links oben anklicken und mit gedrückter	



eine Tabelle markiert und ein Diagramm

zwei Arten:

... und möchtest, dass der Park das ganze Jahr über ein Säulendiagramm so, dass es so aussieht, das ganze Jahr ähnlich.

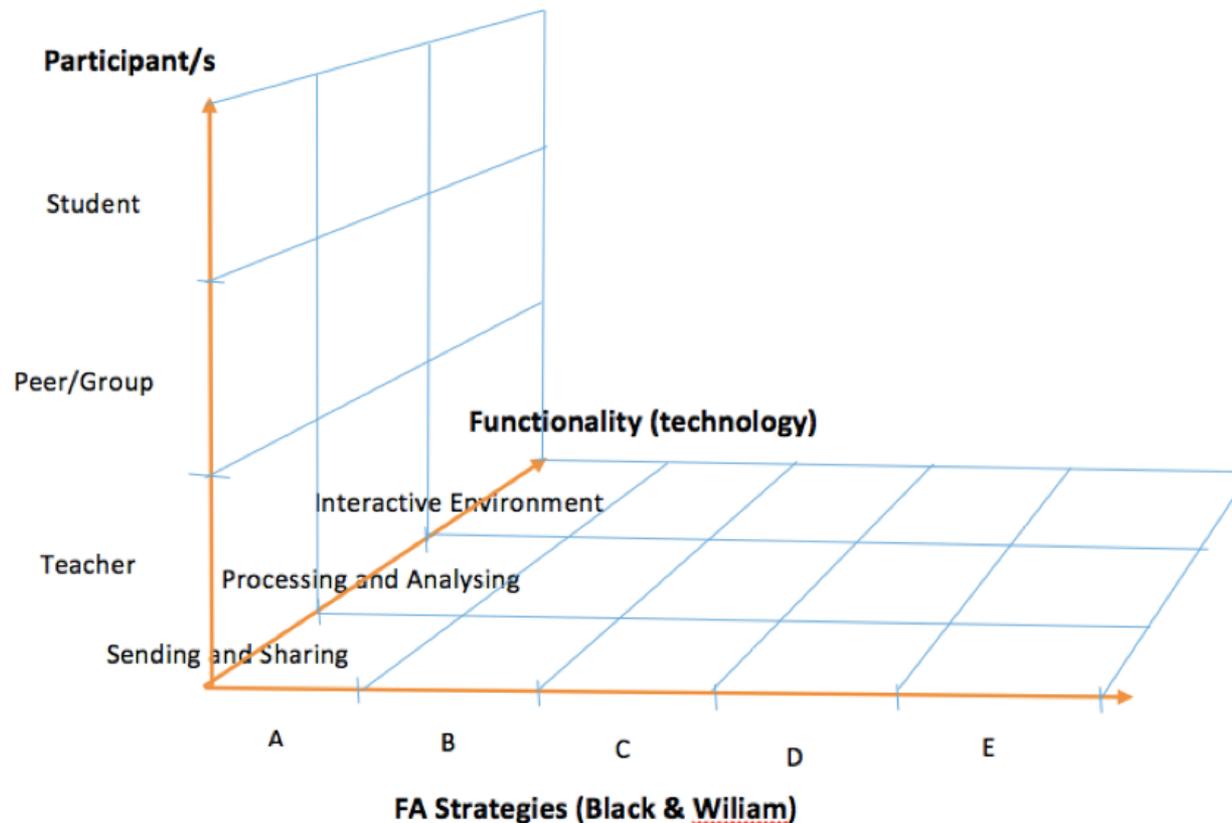
... und möchtest, dass die Säulen in verschiedenen Monaten sehr groß sind. Wie kann man das ändern?

Diagnose und Förderung im Unterricht



**Formative Assessment in Science
and Mathematics Education**
EU-Projekt (FP 7), 2014 – 2017,

Hana Ruchniewicz



Diagnose und Förderung im Unterricht



Zusammenhänge zwischen Größen darstellen

FaSMEd



Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

Überprüfen:

Niklas setzt sich auf sein Fahrrad und fährt von zu Hause los.
Dann fährt er mit gleichbleibender Geschwindigkeit die Straße entlang, bevor es einen Hügel hinauf geht.
Oben auf dem Hügel bleibt er ein paar Minuten stehen, um die Aussicht zu genießen.
Danach fährt er wieder herunter und bleibt unten am Hügel stehen.

Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit verändert.



FaSMEd

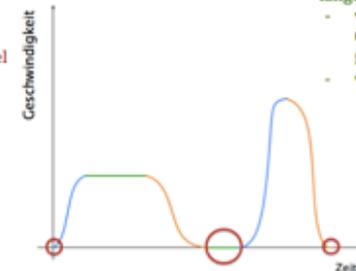


LÖSUNG

Dein Graph kann zum Beispiel so aussehen:

Der Graph nimmt den Wert Null an, wenn Niklas stehen bleibt und damit eine Geschwindigkeit von 0 km/h hat, also:

- ganz zu Beginn,
- wenn er oben auf dem Hügel anhält.



Der Graph bleibt gleich, wenn sich die Geschwindigkeit von Niklas über einen längeren Zeitraum nicht verändert, also:

- wenn er mit gleichbleibender Geschwindigkeit die Straße entlang fährt,
- wenn er auf dem Hügel steht.

Der Graph steigt, wenn Niklas auf dem Fahrrad schneller wird und die Geschwindigkeit somit zunimmt, also:

- vom Start bis er die Geschwindigkeit erreicht, mit der er die Straße entlang fährt,
- wenn er den Hügel hinunter fährt.

Der Graph fällt, wenn Niklas langsamer wird und die Geschwindigkeit somit abnimmt, also:

- wenn er den Hügel hinauf fährt,
- wenn er nach dem Runterfahren langsamer wird, um anzuhalten.



Zusammenhänge zwischen Größen darstellen

FaSMEd



Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

Checke deine Lösung, indem du jedes mal entweder oder umkreist:	Wie geht es weiter?	
	Info	Üben
Ich habe erkannt, dass der Graph drei Mal den Wert Null annimmt.	I1	Ü1
Ich habe erkannt, wann der Graph steigt, fällt oder gleich bleibt.	I2	Ü2
Ich habe erkannt, dass der Graph nicht immer gleich schnell steigt und fällt. <i>Beispiel: Die Geschwindigkeit steigt schneller an, wenn Niklas den Hügel hinunter fährt, als wenn er von zu Hause losfährt.</i>	I3	Ü3
Ich habe erkannt, dass der Graph eine andere Form haben muss als die Straße mit dem Hügel.	I4	Ü4
Ich habe erkannt, dass es bei dem Graphen zu jedem Zeitpunkt nur eine Geschwindigkeit gibt und nicht mehrere.	I5	Ü5
Ich habe erkannt, dass die Zeit die unabhängige Größe ist, also auf die x-Achse (horizontal) kommt, und die Geschwindigkeit die abhängige Größe ist, also auf die y-Achse (vertikal) kommt.	I6	Ü6

Deine Lösung ist richtig, wenn du immer umkreist hast! Weiter geht es dann mit Ü7, Ü8 und E.

FaSMEd – TI-Nspire™ CAS Navigator™ Teacher Software

Inhalt Klasse Dokumente Überprüfung Portfolio Fasmcd Klasse beginnen

Umfra ge starten Einfügen

Werkzeugpalette Dokumente

Problem 1

Representing the relation between quantities
Can I sketch a graph based on a given situation?

FaSMEd

Test

Niklas gets on his bike and starts a ride from his home. He rides along the street with constant speed before it carves up a hill.

On top of the hill, he pauses for a few minutes to enjoy the view. After that he rides back down and stops at the bottom of the hill.

check [✓X] reset

Set y Axis... Set x Axis...

The screenshot shows the FaSMEd software interface. At the top, there's a title bar 'FaSMEd – TI-Nspire™ CAS Navigator™ Teacher Software' and a menu bar with 'Inhalt', 'Klasse', 'Dokumente', 'Überprüfung', and 'Portfolio'. Below the menu bar is a toolbar with various icons and a font size dropdown set to 16. The main workspace is divided into a left sidebar and a main content area. The sidebar shows 'Problem 1' with a preview of the problem and a QR code. The main content area has a title 'Representing the relation between quantities' and a question 'Can I sketch a graph based on a given situation?'. Below the title is a 'Test' section with text describing a bike ride. To the right of the text is a grid for sketching a graph, with a 'Set y Axis...' button above it and a 'Set x Axis...' button to its right. At the bottom of the grid are two large buttons: 'check [✓X]' and 'reset'. The FaSMEd logo is in the top right corner of the main content area.

Überblick - Sekundarstufe II

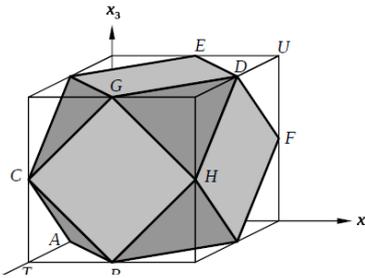
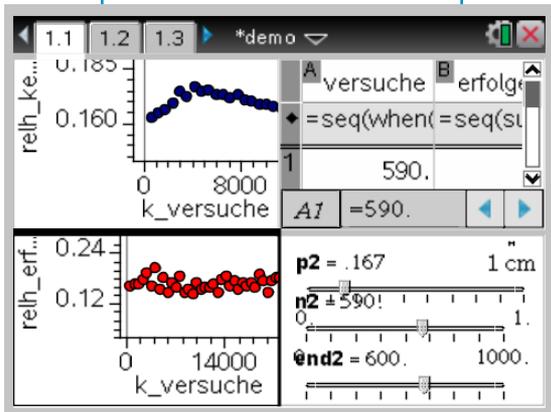
Mathematisch kommunizieren

Mathematische Darstellungen verwenden

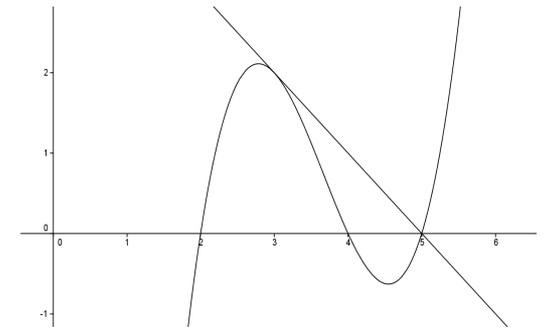
Daten & Zufall

Raum & Form

Funktionaler Zusammenhang



$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, r, s \in \mathbb{R}$$



Kommunizieren & Argumentieren

Modellieren/ Problemlösen

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aus Erfahrung lernen

5 Minuten Experiment zur Statistik nach einer Idee von Wolfgang Riemer



Stochastik: Arbeiten mit realen Daten

Genetisches Entwickeln der Begriffe

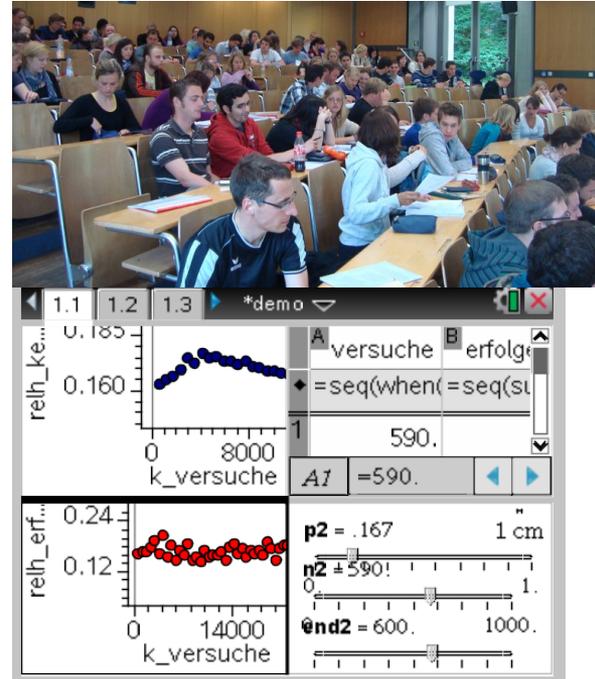
Beschreibende
Statistik



Beurteilende
Statistik

Daten erheben
↓
Fragen stellen
Daten auswerten

„Ist das immer so?“



Kernideen der Stochastik:

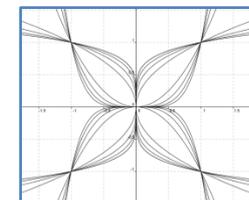
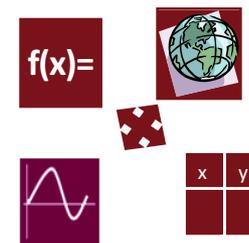
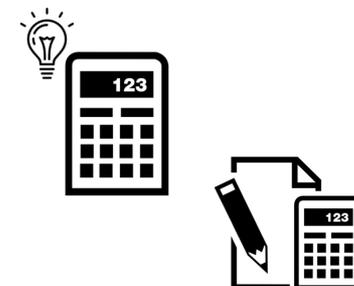
- Überblick gewinnen
→ führt zu „Diagrammen“
- Gruppen vergleichen
→ führt zu „Kenngrößen“

Vorteile des Rechners:

- Verarbeiten (großer) Datenmengen
- Simulationen durchführen
- Wechsel der Darstellungen
(auch interaktiv)

Digitale Medien – wann, wo, wie und warum - ein Medienkonzept?!

- Medium bleibt Medium
- Prinzipiell in allen Phasen des Unterrichts
- Anregen verschiedener Werkzeuge passend zu den mathematischen Darstellungen
- Hoher Grad an Schüleraktivierung: möglichst größte Verfügbarkeit
- Einstieg punktuell an einzelnen Aufgaben





Vielen Dank
für Ihre
Aufmerksamkeit!

